

Федеральное Государственное Автономное Образовательное  
Учреждение Высшего Профессионального Образования  
«Волгоградский Государственный Университет»

Кафедра фундаментальной информатики и оптимального управления

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИМИТ



А.Г. Лосев  
« 28 » 08 2014 г.

УТВЕРЖДАЮ  
Председатель приемной  
комиссии



В.В. Тараканов  
« 28 » 08 2014 г.

ПРОГРАММА

ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА В МАГИСТРАТУРУ  
ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ 01.04.02 (010400.68)  
«ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»

Вступительные испытания должны выявить

- а) четкое знание определений и теорем, предусмотренных программой государственного экзамена, умение доказывать эти теоремы;
- б) способность точно и сжато выражать мысль в устном и письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- в) владение навыками в решения задач, типы которых указаны в Приложении к Программе.

### Процедура проведения экзамена

Процедура проведения экзамена отвечает Положению о Порядке проведения вступительных испытаний в ФГБОУ ВПО ВолГУ 01-23-658

На государственном экзамене студент получает билет с двумя теоретическими вопросами и тремя задачами, соответствующими программе государственного экзамена и ее Приложению.

Структура билета имеет вид:

№ вопроса	Тематика вопроса
1	Общематематические дисциплины (алгебра и геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения и др.) – первая часть экзаменационных программ
2	Профессиональный блок дисциплин (вторая часть экзаменационных программ)

В ответе на каждый вопрос студент должен привести необходимые для полного раскрытия вопроса определения, вспомогательные утверждения, 1-2 основные теоремы с доказательством и иллюстрирующие примеры.

При решении задач студент должен привести все необходимые выкладки и вычисления в соответствии с выбранным алгоритмом решения задачи и комментариями, поясняющими ход рассуждений.

### Теоретические вопросы.

*Часть 1. (Геометрия и алгебра, Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Уравнения математической физики)*

1. Определение группы. Примеры групп. Абелевы группы. Циклическая группа. Фактор-группа. Примеры.
2. Определение кольца. Определение поля. Кольцо многочленов над полем. Основная теорема алгебры (без доказательства). Следствие из основной теоремы алгебры (разложение многочлена на неприводимые множители над полем комплексных чисел). Корни многочлена с действительными коэффициентами и его разложение на действительные неприводимые множители.
3. Определение линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства. Сумма и пересечение линейных подпространств. Теорема о размерности суммы линейных подпространств. Примеры.
4. Определение линейного оператора и его матрицы. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Теорема о линейной независимости системы собственных векторов с разными собственными значениями. Канонический вид линейного оператора в случае, когда все его собственные значения различны.

5. Определение системы линейных уравнений, ее матричная и векторная запись. Метод Гаусса решения линейной системы. Теорема Кронекера-Капелли. Пространство решений однородной линейной системы. Фундаментальная система решений однородной линейной системы.
6. Определение Евклидова пространства. Примеры. Длина вектора и угол между векторами. Ортогональные матрицы и ортогональные преобразования. Ортогонализация Грамма-Шмидта. Построение ортонормированного базиса в Евклидовом пространстве.
7. Непрерывные функции и их свойства. Теорема Больцано о промежуточном значении.
8. Числовые ряды. Виды сходимости. Критерий Коши. Признак сравнения.
9. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано, Коши, Лагранжа. Примеры разложений.
10. Определенный интеграл Римана; условия интегрируемости функций. Формула Ньютона-Лейбница.
11. Виды сходимости функциональных рядов. Примеры. Признаки равномерной сходимости.
12. Теорема о почленном интегрировании и дифференцировании функционального ряда.
13. Степенные ряды. Круг сходимости. Теорема Коши-Адамара.
14. Представление рядом Фурье периодической функции.
15. Необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных.
16. Кратные интегралы Римана. Сведение кратных интегралов к повторным.
17. Понятие несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость. Примеры.
18. Криволинейный интеграл 1-го рода. Сведение криволинейного интеграла 1-го рода к интегралу по отрезку.
19. Криволинейный интеграл 2-го рода. Сведение криволинейного интеграла 2-го рода к интегралу по отрезку.
20. Формула Грина. Выражение площади через криволинейный интеграл.
21. Поверхностный интеграл 1-го рода. Сведение поверхностного интеграла 1-го рода к двойному интегралу.
22. Ориентация поверхностей. Поверхностный интеграл 2-го рода. Сведение поверхностного интеграла 2-го рода к двойному интегралу.
23. Теорема Гаусса-Остроградского.
24. Формула Стокса.
25. Голоморфные функции. Условия Коши-Римана. Элементарные функции.
26. Системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Однородные и неоднородные системы. Вид общего решения. Пример.
27. Классификация квазилинейных уравнений с частными производными второго порядка в пространстве.
28. Задача Коши для волнового уравнения. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа (без вывода). Характер распространения волн.
29. Задача на собственные значения для общего эллиптического оператора. Формулы Грина. Свойства собственных значений и собственных функций.
30. Смешанная задача для уравнения параболического типа. Принцип максимума. Единственность классического решения. Метод Фурье на примере одномерного уравнения теплопроводности.

*Часть 2. (Дискретная математика, Теория вероятностей, Численные методы, Методы оптимизации, теория игр и исследование операций, Языки и методы трансляции, Базы данных, Системное и прикладное ПО)*

1. Булевы функции. Полнота и замкнутость. Теорема Поста о полноте.
2. Минимизация булевых функций.
3. Графы. Реализация графов на плоскости. Деревья.

4. Основные комбинаторные конфигурации: упорядоченные и неупорядоченные наборы с повторением и без повторения элементов.
5. Вероятностное пространство. Свойства  $\sigma$ -алгебры и вероятности. Теорема о непрерывности вероятности. Примеры вероятностных пространств.
6. Условная вероятность. Формула полной вероятности и формула Байеса. Независимые события. Независимость в совокупности.
7. Случайная величина. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения. Примеры вероятностных пространств и случайных величин.
8. Математическое ожидание случайной величины. Дисперсия.
9. Коэффициент корреляции. Независимые случайные величины.
10. Сходимость по вероятности и сходимость почти наверное. Закон больших чисел.
11. Характеристическая функция случайной величины. Характеристические функции основных распределений.
12. Центральная предельная теорема для последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин.
13. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности интерполяционного многочлена.
14. Численное интегрирование. Основные квадратурные формулы и их погрешности. Правило Рунге для оценки погрешности квадратурной формулы.
15. Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Примеры методов. Достаточное условие сходимости одношаговых итерационных методов. Сходимость метода Якоби.
16. Итерационные методы вариационного типа. Метод минимальных невязок и метод скорейшего спуска.
17. Численное решение нелинейных уравнений. Методы простой итерации. Примеры методов. Теорема о сходимости метода простой итерации и ее следствия.
18. Линейные многошаговые методы для задачи Коши обыкновенных дифференциальных уравнений. Максимальный порядок аппроксимации  $m$ -шагового метода. Методы Адамса и Гира. Условие корней.
19. Двухслойная разностная схема для уравнения теплопроводности. Аппроксимация схемы с весами (без вывода). Исследование устойчивости схемы с весами методом гармоник.
20. Классическая задача на условный экстремум. Функции Лагранжа. Стационарные точки. Условие регулярности. Теоремы о необходимых и достаточных условиях оптимальности.
21. Основные виды задач математического программирования. Линейное, квадратичное, выпуклое программирование.
22. Численные методы минимизации функций многих переменных. Порядок метода. Метод конфигураций Хука-Дживса.
23. Численные методы минимизации функций многих переменных. Метод Ньютона и его модификации (методы регуляризации, метод Канторовича, метод Гринстадта).
24. Игры в нормальной форме. Виды стратегий и равновесий. Антагонистические (матричные) игры. Теорема фон-Неймана о равновесии в смешанных стратегиях.
25. Процедурно-ориентированные алгоритмические языки. (На примере языка С). Простые и сложные типы данных. Базовые конструкции языка. Примеры.
26. Объектно-ориентированное программирование. Понятие класса и экземпляра. Данные и методы класса. Открытые, защищенные и закрытые данные. Конструкторы и деструкторы. Перегрузка операций языка. Иерархия классов. Наследование. Родство типа ЕСТЬ и типа ИМЕЕТ. Абстрактные классы и чистые виртуальные функции. Множественное наследование. Виртуальное наследование. Примеры.
27. Архитектура ЭВМ. Функционирование основных элементов аппаратного обеспечения.
28. Основные алгоритмы организации и обработки данных.
29. Реляционная модель данных: объекты данных; реляционная алгебра.
30. Понятие процесса. Адресное пространство процесса. Средства синхронизации процессов в многозадачных ОС.

#### **Приложения. Типы задач государственного экзамена**

1. Найти предел функции.

2. Найти первообразную к функции
3. Исследовать на сходимость интеграл.
4. Исследовать на сходимость ряд.
5. Исследовать на экстремум функцию.
6. Вычислить частные производные функции многих переменных.
7. Найти уравнение касательной к кривой, заданной уравнением, в заданной точке.
8. Найти фундаментальную систему решений и решить уравнение или систему линейных однородных и неоднородных ОДУ.
9. Найти расстояние между прямыми в пространстве.
10. Построить кривую второго порядка, заданную уравнением.
11. Методом выделения полных квадратов привести квадратичную форму к нормальному виду.
12. Найти корни данной степени из комплексного числа.
13. Найти размерность и базис линейного пространства.
14. Вычислить значение комплексной экспоненты.
15. Найти фундаментальную систему решений однородной линейной системы уравнений.
16. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного матрицей  $A$ .
17. Разложить многочлен на неприводимые множители над полем действительных и над полем комплексных чисел.
18. Найти вероятности событий, применяя классическое определение или определение геометрической вероятности события.
19. Найти вероятности и/или условные вероятности событий, определенных (с применением операций теории множеств) по событиям с известными вероятностями.
20. Найти вероятности или условные вероятности событий, определенных с помощью случайной величины с известной функцией распределения.

### Список литературы

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М.: Наука, 1984/2002.
2. Лосев А.Г., Миклюков В.М. Математический анализ в кратком изложении, Волгоград, Волгоградское научное изд-во, 2005.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. В 3-х т. – М.: Высшая школа. Т. I, II, 1988. Т. III, 1989.
4. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения, М.: Наука, 1971, 1984, Ижевск, Удмуртский ГУ, 2000.
5. Владимиров В.С., Михайлов В.П. Сборник задач по уравнениям математической физики, М.: Наука, 1982.
6. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. - М. 1987.
7. Боровков А.А. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1986,
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
9. Полак Э. Численные методы оптимизации. - М.: Мир, 1974.
10. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. - М.: Наука, 1986.
11. Данилов В.И. Лекции по теории игр. – М.: Российская экономическая школа, 2002.
12. Григорьев В.Л. Архитектура и программирование арифметического сопроцессора. М: Энергоатомиздат, 1991.
13. К. Дж. Дейт. Введение в системы баз данных. Киев, Москва, «Диалектика», 1998.
14. Павловская Т. А. С#. Программирование на языке высокого уровня. Спб: Питер, 2007.

Критерии оценок  
по 100 – бальной шкале вступительных испытаний по математике  
для направления магистратуры  
01.04.02 "ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА"  
на 2015-2016 учебный год  
в Волгоградском государственном университете

Баллы	Недостатки ответа
96-100 (отлично)	Незначительные упущения в доказательстве одного из вопросов теоретической части билета или несущественные арифметические ошибки в задачах, не влияющие на алгоритм решения.
91-95 (отлично)	Незначительные упущения в доказательстве одного или двух вопросов теоретической части билета и несущественные арифметические ошибки в задачах, не влияющие на алгоритм решения.
81-90 (хорошо)	Наличие одного серьезного упущения в приводимом ответе (отсутствие существенной части доказательства одного из утверждений или незнание существенной части алгоритма решения одной из задач), которые абитуриент исправил либо самостоятельно, либо отвечая на наводящие вопросы экзаменаторов.
71-80 (хорошо)	Наличие двух серьезных упущений в приводимом ответе (отсутствие существенной части доказательства одного из утверждений, незнание существенной части алгоритма решения одной из задач), которые абитуриент в состоянии исправить либо самостоятельно, либо отвечая на наводящие вопросы экзаменаторов.
66-70 (удовлетворительно)	Наличие серьезных ошибок в ответе студента (отсутствие существенных частей доказательств утверждений или при наличии ошибок в ответах на теоретические вопросы студент не знает алгоритма решения одной или двух задач), устранить которые студент может только при подсказках экзаменаторов.
60-65 (удовлетворительно)	Студент допускает серьезные ошибки при ответе на все вопросы билета или на один вопрос и при этом не решены две из трех задач. Наводящие вопросы и подсказки позволяют студенту исправить некоторые ошибки.
31-59 (не удовлетворительно)	Студент допускает серьезные ошибки при ответе на все вопросы билета, не решены две из трех задач. Наводящие вопросы и подсказки не позволяют студенту исправить ошибки.
0-30(не удовлетворительно)	Отсутствие ответа на вопрос билета и неправильное решение задач. Неправильные ответы на дополнительные вопросы экзаменаторов

Председатель предметной экзаменационной комиссии



А.А. Воронин