

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

**Широкополосные системы связи и сигналы**

## **1. Основные сведения о широкополосных сигналах**

### **1.1 Определение ШПС. Применение ШПС в системах связи**

Широкополосными (сложными, шумоподобными) сигналами (ШПС) называют такие сигналы, у которых произведение активной ширины спектра  $F$  на длительность  $T$  много больше единицы. Это произведение называется базой сигнала  $B$ . Для ШПС

$$B = FT \gg 1 \quad (1)$$

Широкополосными сигналы иногда называют сложными в отличие от простых сигналов (например, прямоугольные, треугольные и т.д.) с  $B=1$ . Поскольку у сигналов с ограниченной длительностью спектр имеет неограниченную протяженность, то для определения ширины спектра используют различные методы и приемы.

Повышение базы в ШПС достигается путем дополнительной модуляции (или манипуляции) по частоте или фазе на времени длительности сигнала. В результате, спектр сигнала  $F$  (при сохранении его длительности  $T$ ) существенно расширяется. Дополнительная внутрисигнальная модуляция по амплитуде используется редко.

В системах связи с ШПС ширина спектра излучаемого сигнала  $F$  всегда много больше ширины спектра информационного сообщения.

ШПС получили применение в широкополосных системах связи (ШПСС), так как:

- позволяют в полной мере реализовать преимущества оптимальных методов обработки сигналов;
- обеспечивают высокую помехоустойчивость связи;
- позволяют успешно бороться с многолучевым распространением радиоволн путем разделения лучей;
- допускают одновременную работу многих абонентов в общей полосе частот;
- позволяют создавать системы связи с повышенной скрытностью;
- обеспечивают электромагнитную совместимость (ЭМС) ШПСС с узкополосными системами радиосвязи и радиовещания, системами телевизионного вещания;
- обеспечивают лучшее использование спектра частот на ограниченной территории по сравнению с узкополосными системами связи.

## 1.2 Помехоустойчивость ШПСС

Она определяется широко известным соотношением, связывающим отношение сигнал-помеха на выходе приемника  $q^2$  с отношением сигнал-помеха на входе приемника  $\rho^2$ :

$$q^2 = 2B\rho^2 \quad (2)$$

где  $\rho^2 = P_c/P_{\text{пп}}$  ( $P_c$ ,  $P_{\text{пп}}$  - мощности ШПС и помехи);

$q^2 = 2E/N_{\text{пп}}$ ,  $E$  - энергия ШПС,  $N_{\text{пп}}$  - спектральная плотность мощности помехи в полосе ШПС. Соответственно  $E = P_c T$ , а  $N_{\text{пп}} = P_{\text{пп}}/F$ ;

$B$  - база ШПС.

Отношение сигнал-помеха на выходе  $q^2$  определяет рабочие характеристики приема ШПС, а отношение сигнал-помеха на входе  $\rho^2$  — энергетику сигнала и помехи. Величина  $q^2$  может быть получена согласно требованиям к системе (10...30 дБ) даже если  $\rho^2 \ll 1$ . Для этого достаточно выбрать ШПС с необходимой базой  $B$ , удовлетворяющей (2). Как видно из соотношения (2), прием ШПС

согласованным фильтром или коррелятором сопровождается усилением сигнала (или подавлением помехи) в 2В раз. Именно поэтому величину

$$K_{ШПС} = q^2/\rho^2 \quad (3)$$

называют коэффициентом усиления ШПС при обработке или просто усилением обработки. Из (2), (3) следует, что усиление обработки  $K_{ШПС} = 2B$ . В ШПСС прием информации характеризуется отношением сигнал помеха  $h^2 = q^2/2$ , т.е.

$$h^2 = B\rho^2 \quad (4)$$

Соотношения (2), (4) являются фундаментальными в теории систем связи с ШПС. Они получены для помехи в виде белого шума с равномерной спектральной плотностью мощности в пределах полосы частот, ширина которой равна ширине спектра ШПС. Вместе с тем эти соотношения справедливы для широкого круга помех (узкополосных, импульсных, структурных), что и определяет их фундаментальное значение.

Таким образом, одним из основных назначений систем, связи с ШПС является обеспечение надежного приема информации при воздействии мощных помех, когда отношение сигнал-помеха на входе приемника  $\rho^2$  может быть много меньше единицы. Необходимо еще раз отметить, что приведенные соотношения строго справедливы для помехи в виде гауссовского случайного процесса с равномерной спектральной плотностью мощности («белый» шум).

### 1.3 Основные виды ШПС

Известно большое число различных ШПС, свойства которых нашли отражение во многих книгах и журнальных статьях. ШПС подразделяются на следующие виды:

- частотно-модулированные (ЧМ) сигналы;
- многочастотные (МЧ) сигналы;
- фазоманипулированные (ФМ) сигналы (сигналы с кодовой фазовой модуляцией - КФМ сигналы);

- дискретные частотные (ДЧ) сигналы (сигналы с кодовой частотной модуляцией - КЧМ сигналы, частотно-манипулированные (ЧМ) сигналы);
- дискретные составные частотные (ДСЧ) (составные сигналы с кодовой частотной модуляцией - СКЧМ сигналы).

**Частотно-модулированные (ЧМ)** сигналы являются непрерывными сигналами, частота которых меняется по заданному закону. На рисунке 1а, изображен ЧМ сигнал, частота которого меняется по V -образному закону от  $f_0 - F/2$  до  $f_0 + F/2$ , где  $f_0$  - центральная несущая частота сигнала,  $F$  - ширина спектра, в свою очередь, равная девиации частоты  $F = \Delta f_d$ . Длительность сигнала равна  $T$ .

На рисунке 1б представлена частотно-временная ( $f, t$ ) - плоскость, на которой штриховкой приближенно изображено распределение энергии ЧМ сигнала по частоте и по времени.

База ЧМ сигнала по определению (1) равна:

$$B = FT = \Delta f_d T \quad (5)$$

Частотно-модулированные сигналы нашли широкое применение в радиолокационных системах, поскольку для конкретного ЧМ сигнала можно создать согласованный фильтр на приборах с поверхностными акустическими волнами (ПАВ). В системах связи необходимо иметь множество сигналов. При этом необходимость быстрой смены сигналов и переключения аппаратуры формирования и обработки приводят к тому, что закон изменения частоты становится дискретным. При этом от ЧМ сигналов переходят к ДЧ сигналам.

**Многочастотные (МЧ)** сигналы (рисунок 2а) являются суммой  $N$  гармоник  $u(t) \dots u_N(t)$ , амплитуды и фазы которых определяются в соответствии с законами формирования сигналов. На частотно-временной плоскости (рисунок 2б) штриховкой выделено распределение энергии одного элемента (гармоники) МЧ сигнала на частоте  $f_k$ . Все элементы (все гармоники) полностью перекрывают

выделенный квадрат со сторонами  $F$  и  $T$ . База сигнала  $B$  равна площади квадрата. Ширина спектра элемента  $F_0 \approx 1/T$ . Поэтому база МЧ сигнала

$$B = F/F_0 = N \quad (6)$$

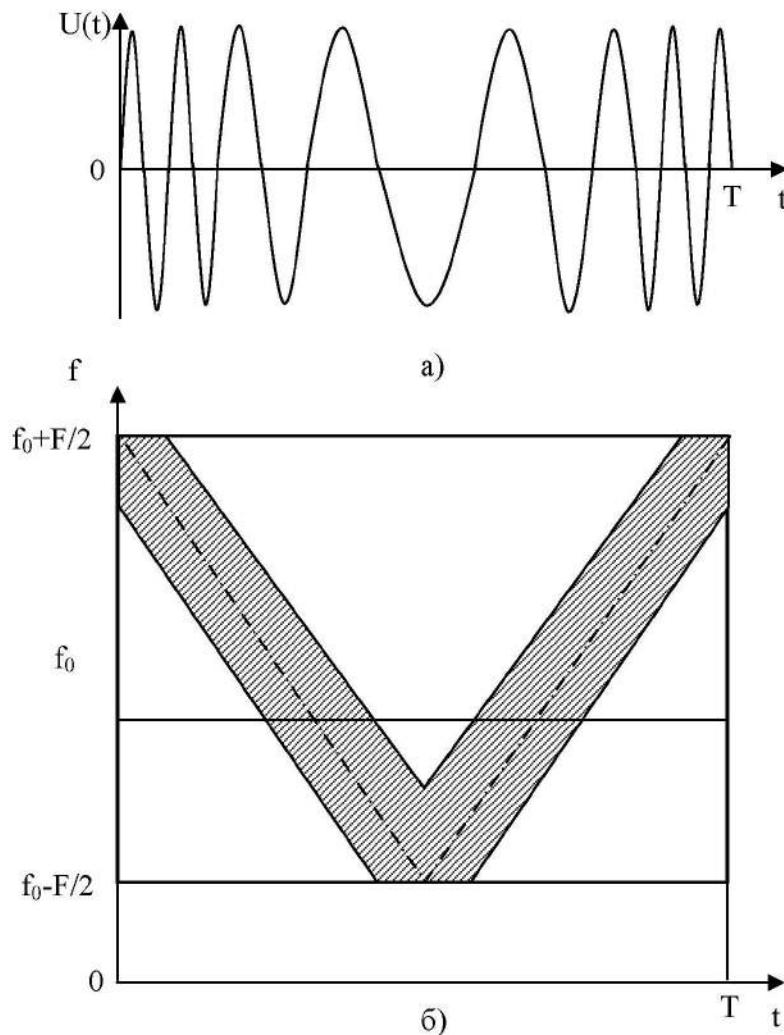


Рисунок 1 - Частотно-модулированный сигнал и частотно-временная плоскость т. е. совпадает с числом гармоник. МЧ сигналы являются непрерывными и для их формирования и обработки трудно приспособить методы цифровой техники. Кроме этого недостатка, они обладают также и следующими:

- а) у них плохой пик-фактор (см. рисунок 2а);
- б) для получения большой базы  $B$  необходимо иметь большое число частотных каналов  $N$ . Поэтому МЧ сигналы в дальнейшем не рассматриваются.

**Фазоманипулированные (ФМ) сигналы** представляют последовательность радиоимпульсов, фазы которых изменяются по заданному закону. Обычно фаза принимает два значения (0 или  $\pi$ ). При этом радиочастотному ФМ сигналу соответствует видео- ФМ сигнал (рисунок 3а), состоящий из положительных и отрицательных импульсов. Если число импульсов  $N$ , то длительность одного импульса равна  $\tau_0 = T/N$ , а ширина его спектра равна приближенно ширине спектра сигнала  $F_0 = 1/\tau_0 = N/T$ . На частотно-временной плоскости (рисунок 3б) штриховкой выделено распределение энергии одного элемента (импульса) ФМ сигнала. Все элементы перекрывают выделенный квадрат со сторонами  $F$  и  $T$ .

База ФМ сигнала

$$B = FT = F/\tau_0 = N, \quad (7)$$

т.е.  $B$  равна числу импульсов в сигнале.

Возможность применения ФМ сигналов в качестве ШПС с базами  $B = 10^4 \dots 10^6$  ограничена в основном аппаратурой обработки. При использовании согласованных фильтров в виде приборов на ПАВ возможен оптимальный прием ФМ сигналов с максимальными базами  $B_{max} = 1000 \dots 2000$ . ФМ сигналы, обрабатываемые такими фильтрами, имеют широкие спектры (порядка 10 ... 20 МГц) и относительно короткие длительности (60 ... 100 мкс). Обработка ФМ сигналов с помощью видеочастотных линий задержки при переносе спектра сигналов в область видеочастот позволяет получать базы  $B = 100$  при  $F \approx 1$  МГц,  $T \approx 100$  мкс.

Весьма перспективными являются согласованные фильтры на приборах с зарядовой связью (ПЗС). Согласно опубликованным данным с помощью согласованных фильтров ПЗС можно обрабатывать ФМ сигналы с базами  $10^2 \dots 10^3$  при длительностях сигналов  $10^{-4} \dots 10^{-1}$  с. Цифровой коррелятор на ПЗС способен обрабатывать сигналы до базы  $4 \cdot 10^4$ .

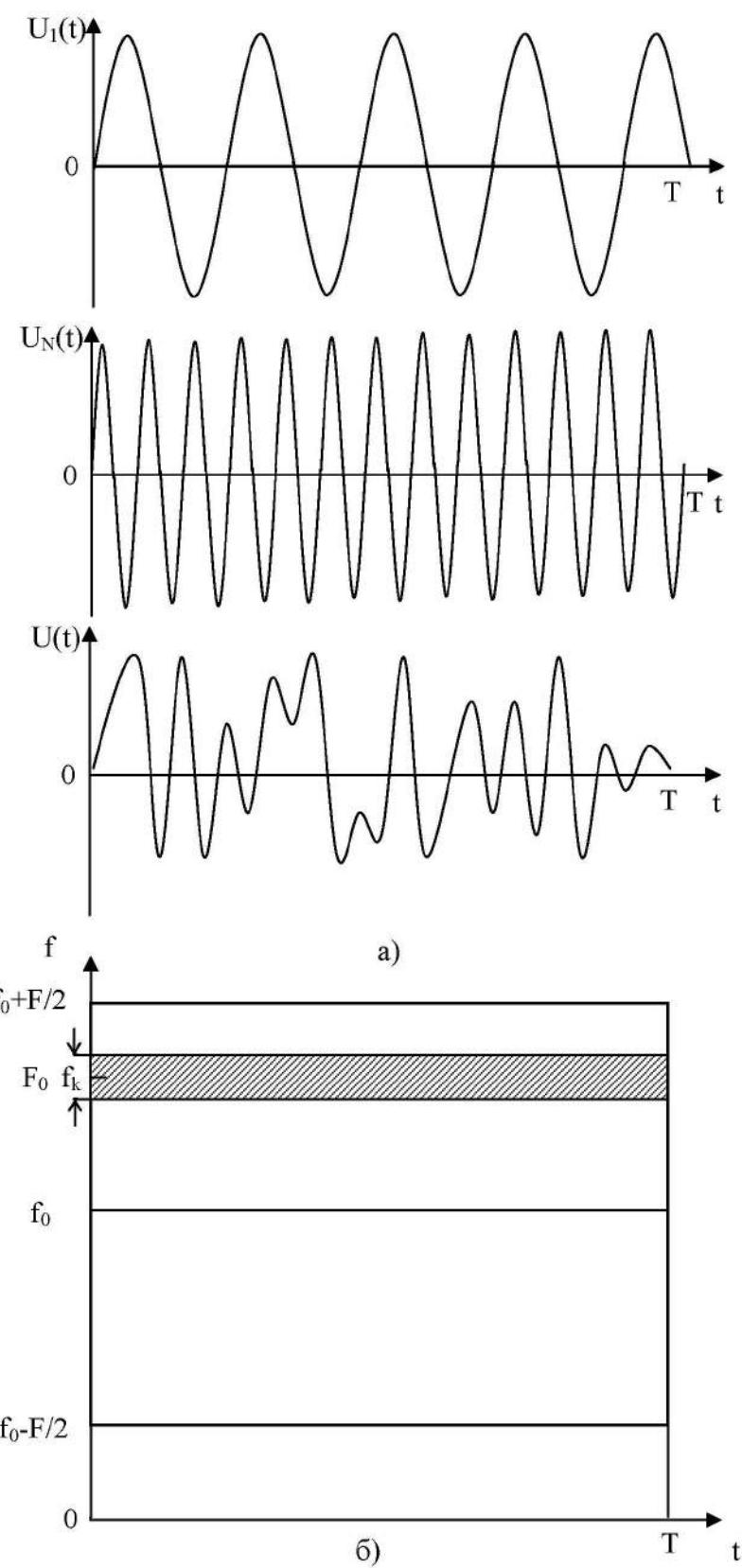
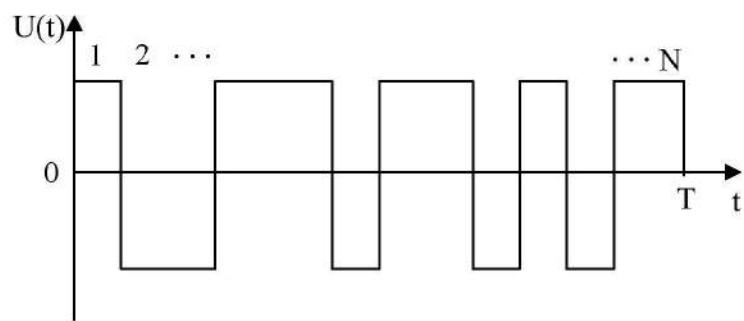
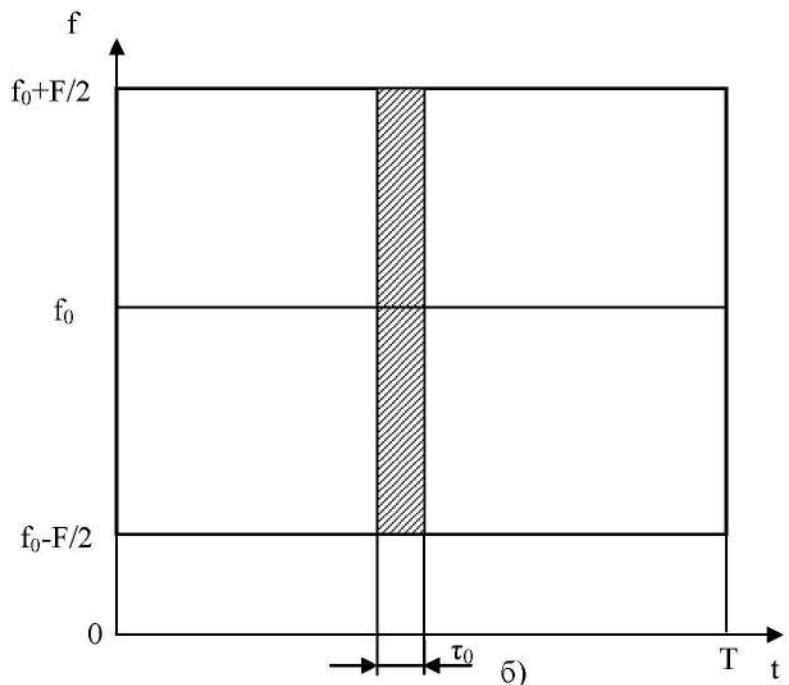


Рисунок 2 - Многочастотный сигнал и частотно-временная плоскость



a)



б)

Рисунок 3 - Фазоманипулированный сигнал и частотно-временнаа плоскость

Следует отметить, что ФМ сигналы с большими базами целесообразно обрабатывать с помощью корреляторов (на БИС или на ПЗС). При этом,  $B = 4 \cdot 10^4$  представляется предельной. Но при использовании корреляторов необходимо в первую очередь решить вопрос об ускоренном вхождении в синхронизм. Так как ФМ сигналы позволяют широко использовать цифровые методы и технику формирования и обработки, и можно реализовать такие сигналы с относительно большими базами, то поэтому ФМ сигналы являются одним из перспективных видов ШПС.

**Дискретные частотные (ДЧ) сигналы** представляют последовательность радиоимпульсов (рисунок 4а), несущие частоты которых изменяются по заданному закону. Пусть число импульсов в ДЧ сигнале равно  $M$ , длительность импульса равна  $T_0 = T/M$ , его ширина спектра  $F_0 = 1/T_0 = M/T$ . Над каждым импульсом (рисунок 4а) указана его несущая частота. На частотно-временной плоскости (рисунок 4б) штриховкой выделены квадраты, в которых распределена энергия импульсов ДЧ сигнала.

Как видно из рисунка 4б, энергия ДЧ сигнала распределена неравномерно на частотно-временной плоскости. База ДЧ сигналов

$$B = FT = MF_0MT_0 = M^2F_0T_0 = M^2 \quad (8)$$

поскольку база импульса  $F_0T_0 = 1$ . Из (8) следует основное достоинство ДЧ сигналов: для получения необходимой базы  $B$  число каналов  $M = \sqrt{B}$ , т. е. значительно меньше, чем для МЧ сигналов. Именно это обстоятельство и обусловило внимание к таким сигналам и их применение в системах связи. Вместе с тем для больших баз  $B = 10^4 \dots 10^6$  использовать только ДЧ сигналы нецелесообразно, так как число частотных каналов  $M = 10^2 \dots 10^3$ , что представляется чрезмерно большим.

**Дискретные составные частотные (ДСЧ) сигналы** являются ДЧ сигналами, у которых каждый импульс заменен шумоподобным сигналом. На рисунке 5а изображен видеочастотный ФМ сигнал, отдельные части которого передаются на различных несущих частотах. Номера частот указаны над ФМ сигналом. На рисунке 5б изображена частотно-временная плоскость, на которой штриховкой выделено распределение энергии ДСЧ сигнала. Рисунок 5б по структуре не отличается от рисунка 4б, но для рисунка 5б площадь  $F_0T_0 = N_0$  - равна числу импульсов ФМ сигнала в одном частотном элементе ДСЧ сигнала. База ДСЧ сигнала

$$B = FT = M^2F_0T_0 = N_0M^2 \quad (9)$$

Число импульсов полного ФМ сигнала  $N = N_0M$

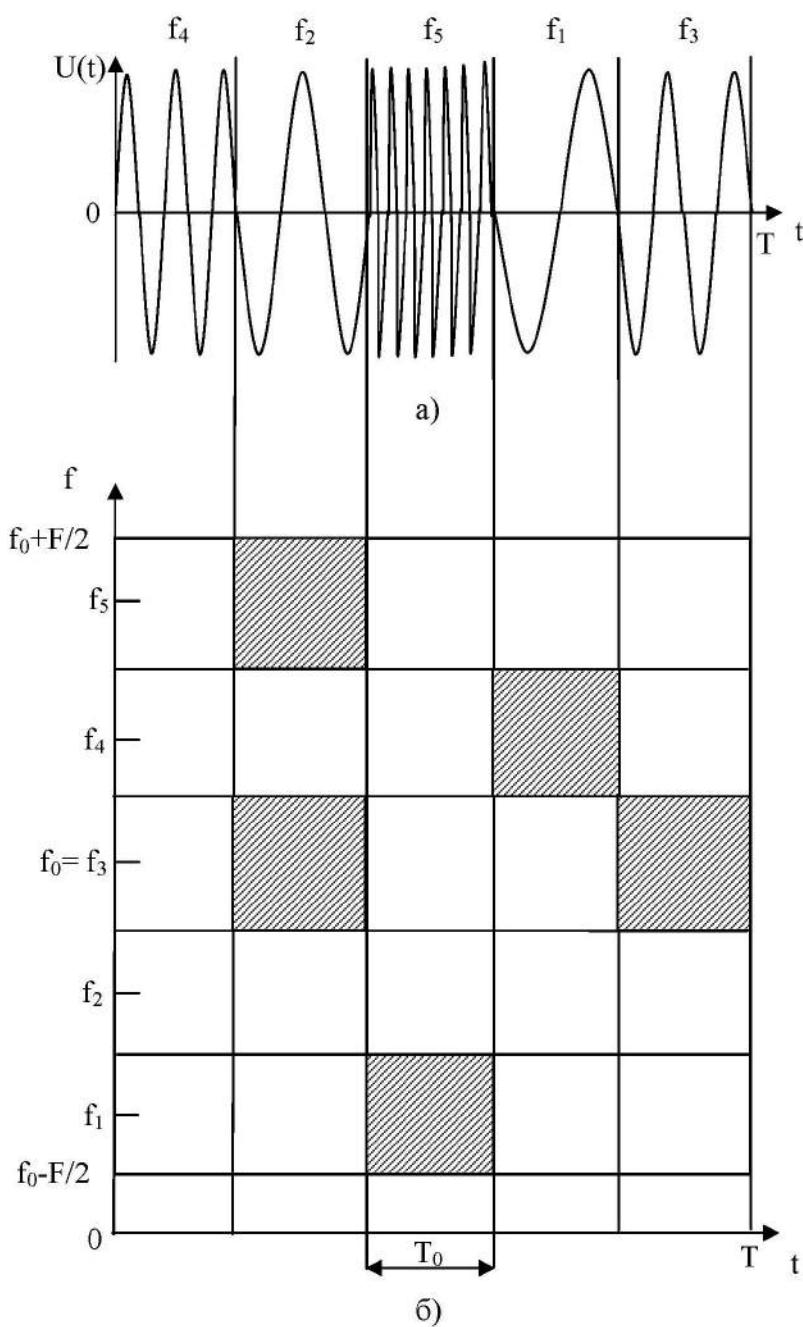


Рисунок 4 - Дискретный частотный сигнал и частотно-временная плоскость  
 Изображенный на рисунке 5 ДСЧ сигнал содержит в качестве элементов ФМ сигналы. Поэтому такой сигнал сокращенно будем называть ДСЧ-ФМ сигнал. В качестве элементов ДСЧ сигнала можно взять ДЧ сигналы. Если база элемента ДЧ сигнала  $B = F_0 T_0 = M_0^2$  то база всего сигнала  $B = M_0^2 M^2$

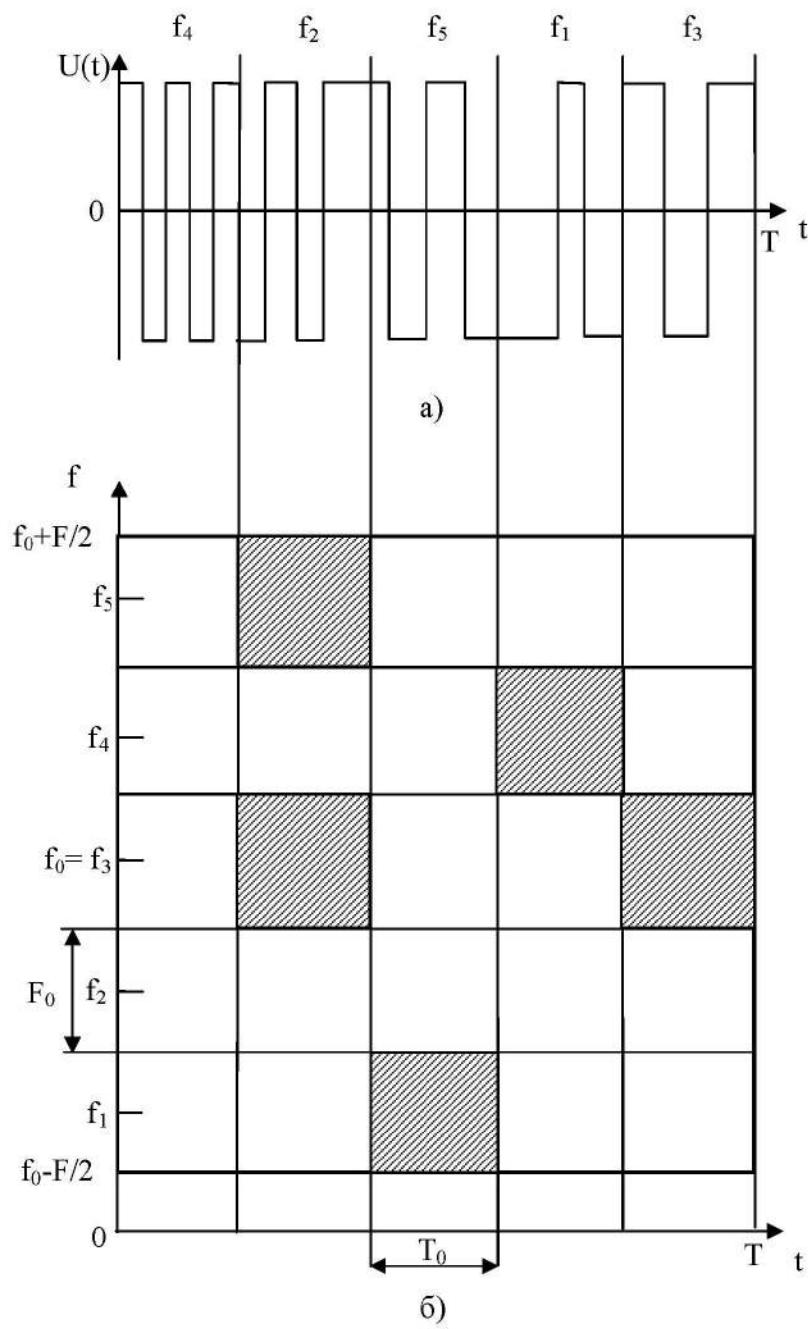


Рисунок 5 - Дискретный составной частотный сигнал с фазовой манипуляцией  
ДСЧ-ФМ и частотно-временнаа плоскость.

Такой сигнал можно сокращенно обозначать ДСЧ-ЧМ. Число частотных каналов в ДСЧ-ЧМ сигнале равно  $M_0 M$ . Если ДЧ сигнал (см. рисунок 4), и ДСЧ-ЧМ сигнал имеют равные базы, то они имеют и одинаковое число частотных

каналов. Поэтому особых преимуществ ДСЧ-ЧМ сигнал перед ДЧ сигналом не имеет. Но принципы построения ДСЧ-ЧМ сигнала могут оказаться полезными при построении больших систем ДЧ сигналов. Таким образом, наиболее перспективными ШПС для систем связи являются ФМ, ДЧ, ДСЧ-ФМ сигналы.

#### **1.4 Принципы оптимальной фильтрации. Оптимальный фильтр ШПС**

Прием и обработка сигналов различными радиотехническими устройствами, как правило, производится на фоне более или менее интенсивных помех. Выбор системы устройства зависит от того, какую из нижеперечисленных задач приходится при этом решать:

- 1 . Обнаружение сигнала, когда требуется только дать ответ, имеется ли в принятом колебании полезный сигнал или оно образовано только шумом.
2. Оценка параметров, когда требуется с наибольшей точностью определить значение одного или нескольких параметров полезного сигнала (амплитуду, частоту, временное положение и т.д.). Для теории радиотехнических цепей и сигналов наибольший интерес представляет изучение возможностей ослабления вредного действия помехи при заданном сигнале и заданной помехе путем правильного выбора передаточной функции приемника. Поэтому в дальнейшем будут определяться характеристики приемников, оптимально согласованных с сигналом и помехой. В зависимости от того, какая из перечисленных выше задач решается, критерии оптимальности фильтра данному сигналу при наличии помех с заданными статистическими характеристиками могут быть разными. Для задачи обнаружения сигнала в шумах наибольшее распространение получил критерий максимума отношения сигнал/шум на выходе фильтра.

Требования к фильтру, максимизирующему отношение сигнал-шум формулируются следующим образом. На вход линейного четырехполюсника с постоянными параметрами и передаточной функцией  $\bar{K}(i\omega)$  подается аддитивная смесь сигнала  $S(t)$  и шума  $n(t)$  ( рисунок 6 ).

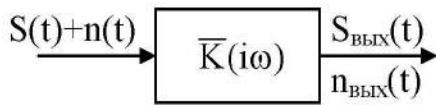


Рисунок 6

Сигнал полностью известен, это значит что заданы его форма и положение на оси времени. Шум представляет собой вероятностный процесс с заданными статистическими характеристиками. Требуется синтезировать фильтр, обеспечивающий получение на выходе наибольшего возможного отношения пикового значения сигнала к среднеквадратичному значению шума, иными словами определить передаточную функцию  $\bar{K}(i\omega)$ . При этом не ставится условие сохранения формы сигнала на выходе фильтра, так как для обнаружения его в шумах форма значения не имеет.

Приведем результаты решения задачи для "стандартной" помехи типа белый шум. Напомним, что белый шум представляет собой случайный процесс с равномерным распределением энергии по спектру частот, т.е.  $W(\omega) = W_0 = \text{const}$ , причем  $0 < \omega < \infty$ , где  $W(\omega)$  = мощность сигнала/полоса частот есть средняя мощность, приходящаяся на 1 Гц при заданной частоте  $\omega$ , и называется спектральной плотностью мощности процесса. Найдено, что в случае белого шума

$$\bar{K}(i\omega) = K(\omega) e^{i\phi_k} = A \bar{S}^*(i\omega) e^{-i\omega t_0} \quad (10)$$

Здесь  $A$  - произвольный постоянный коэффициент,  $\bar{S}^*(i\omega)$  - функция комплексно - сопряженная со спектральной функцией сигнала  $\bar{S}(i\omega) = S(\omega) e^{i\phi_s}$ .

Из соотношения (10) вытекают два условия для фазочастотной (ФЧХ) и амплитудно - частотной (АЧХ) характеристик согласованного фильтра:

$$1) \quad K(\omega) = AS(\omega) \quad (11)$$

т.е. модуль передаточной функции с точностью до постоянного коэффициента  $A$  совпадает с амплитудным спектром сигнала и

$$2) \quad \phi_k = -[\phi_s(\omega) + \omega t_0] \quad (12)$$

$\phi_s(\omega)$  - фазовый спектр сигнала.

Физический смысл полученных выражений для АЧХ (11) и ФЧХ (12) оптимального фильтра ясен из следующих соображений. При выполнении соотношения (11) энергия шума, занимающего бесконечную полосу частот на входе фильтра, ослабляется на выходе значительно сильнее энергии сигнала, имеющего такую же ширину спектра, как и полоса пропускания приемника .

Первое слагаемое в выражении для ФЧХ  $-\phi_s(\omega)$  компенсирует фазовую характеристику входного сигнала  $\phi_s(\omega)$ , в результате прохождения через фильтр в момент  $t_0$  все гармоники сигнала складываются в фазе, образуя пик выходного сигнала. В то же время это приводит к изменению формы сигнала на выходе фильтра. Второе слагаемое  $\omega t_0$  означает задержку всех компонент сигнала на одно и то же время  $t_0 > T_c$ , где  $T_c$  - длительность сигнала. Физически это означает, что для полного использования энергии входного сигнала задержка отклика фильтра должна быть не менее длительности сигнала.

Использование выражения (10) сводит задачу синтеза согласованного фильтра к задаче построения электрической цепи по известному коэффициенту передачи  $\bar{K}(i\omega)$ .

Другой путь - определение импульсной характеристики цепи, а затем конструирование четырехполюсника с такой характеристикой.

По определению, импульсная характеристика цепи  $g(t)$  - это сигнал на ее выходе в ответ на воздействие в виде  $\delta$ -функции, т.е. имеющее равномерную спектральную плотность для всех частот. В этом случае спектральная плотность сигнала на выходе  $\bar{S}_{\text{вых}}(i\omega) = \bar{K}(i\omega)$  и вид сигнала на выходе, согласно преобразованию Фурье и учитывая соотношение (10),

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{K}(i\omega) e^{i\omega t} d\omega = A \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{S}^*(i\omega) e^{i\omega(t-t_0)} d\omega = AS(t-t_0) \quad (13)$$

Импульсная характеристика оптимального фильтра, т.е. реакция на  $\delta$  импульс, является, таким образом, зеркальным отображением того сигнала, с которым этот фильтр согласован. Ось симметрии проходит через точку  $t_0/2$  на оси абсцисс (рисунок 7).

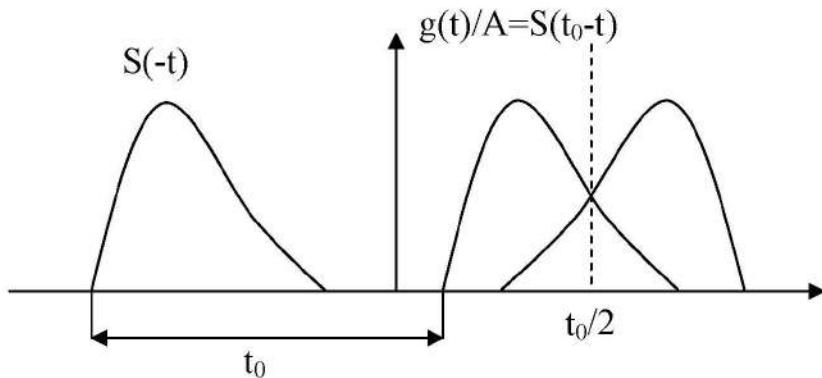


Рисунок 7

Форму выходного сигнала оптимального фильтра можно определить, используя общее соотношение

$$S_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{S}(i\omega) \bar{K}(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (14)$$

По определению сигнал на выходе оптимального фильтра,

$$S_{\text{вых}}(t) = A B_s(t - t_0) \quad (15)$$

где  $B_s(t-t_0)$  - автокорреляционная функция сигнала (АКФ).

Итак, сигнал на выходе согласованного фильтра с точностью до постоянного коэффициента А совпадает с автокорреляционной функцией входного сигнала. Отношение сигнал-шум на выходе является главной мерой эффективности оптимального фильтра (ОФ). Приведем лишь результат вычислений, согласно которым

$$\frac{S_{\text{вых}}(t_0)}{\sqrt{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{2E}{W_0}}, \quad E = \int_0^{T_c} S^2(t) dt \quad (16)$$

где  $\sqrt{\sigma^2}$  - среднеквадратичное значение шума на выходе фильтра, пиковое значение сигнала на выходе;  
 Е - энергия сигнала на входе фильтра;  
 $W_0$  -спектральная плотность мощности белого шума.

Выражение (16), позволяющее определить эффективность согласованного фильтра, показывает, что при белом шуме отношение сигнал/шум на его выходе зависит только от энергии сигнала и энергетического спектра шума  $W_0$ . В случае

$$\text{ШПС: } \frac{S_{\text{вых}}(t_0)}{\sqrt{\sigma^2}} = \sqrt{N}\rho \quad (17)$$

$E = NE_0$  энергия сигнала,  $E_0$  – энергия элементарной посылки,  $N$  – число посылок в сигнале,  $\rho$  - отношение сигнал / шум на входе ОФ.

Из выражений (15,17) следует: во-первых, ОФ увеличивает отношение сигнал - шум по мощности на выходе в  $N$  раз, во-вторых, одна из возможных реализаций оптимального фильтра - коррелятор или программа, вычисляющая АКФ сигнала.

### 1.5 Фазоманипулированные сигналы

В качестве внутрисигнальной модуляции часто используют фазовую манипуляцию. Фазоманипулированные (ФМ) сигналы представляют собой последовательность радиоимпульсов равной амплитуды, начальные фазы которых изменяются по заданному закону. В большинстве случаев ФМ сигнал состоит из радиоимпульсов с двумя значениями начальных фаз: 0 и  $\pi$ .

На рисунке 8а приведен пример ФМ сигнала, состоящего из 7 радиоимпульсов. На рисунке 8б представлена огибающая (в общем случае комплексная) этого же сигнала. В рассматриваемом примере огибающая представляет собой последовательность положительных и отрицательных единичных видеоимпульсов прямоугольной формы. Такое предположение о прямоугольности импульсов, образующих ФМ сигнал, справедливо для

теоретических исследований. Однако при формировании ФМ сигналов и их передаче по каналам связи с ограниченной полосой пропускания импульсы искажаются, и ФМ сигнал перестает быть таким идеальным как на рисунке 8а. Огибающая полностью характеризует ФМ сигнал. Поэтому в работе исследуются свойства именно огибающей ФМ сигнала.

Прямоугольный импульс  $u(t)$  с единичной амплитудой и длительностью  $\tau_0$ , составляющей основу ФМ, записывается как  $u(t) = 1$  при  $0 \leq t \leq \tau_0$ .

Огибающую, состоящую из  $N$  единичных видеоимпульсов можно представить в виде:  $U(t) = \sum_{n=1}^N a_n u[t - (n - 1)\tau_0]$

где амплитуда  $a_n$  принимает значения +1 или -1. Общая длительность ФМ сигнала  $T = N\tau_0$ . Последовательность символов (амплитуд импульсов)  $A = (a_1, a_2 \dots a_n \dots a_N)$  называется кодовой последовательностью. Возможны следующие равнозначные обозначения кодовых последовательностей:

$A = (111-1-11-1) = (1110010) = (+ + + - - + -)$ , здесь  $N = 7$ .

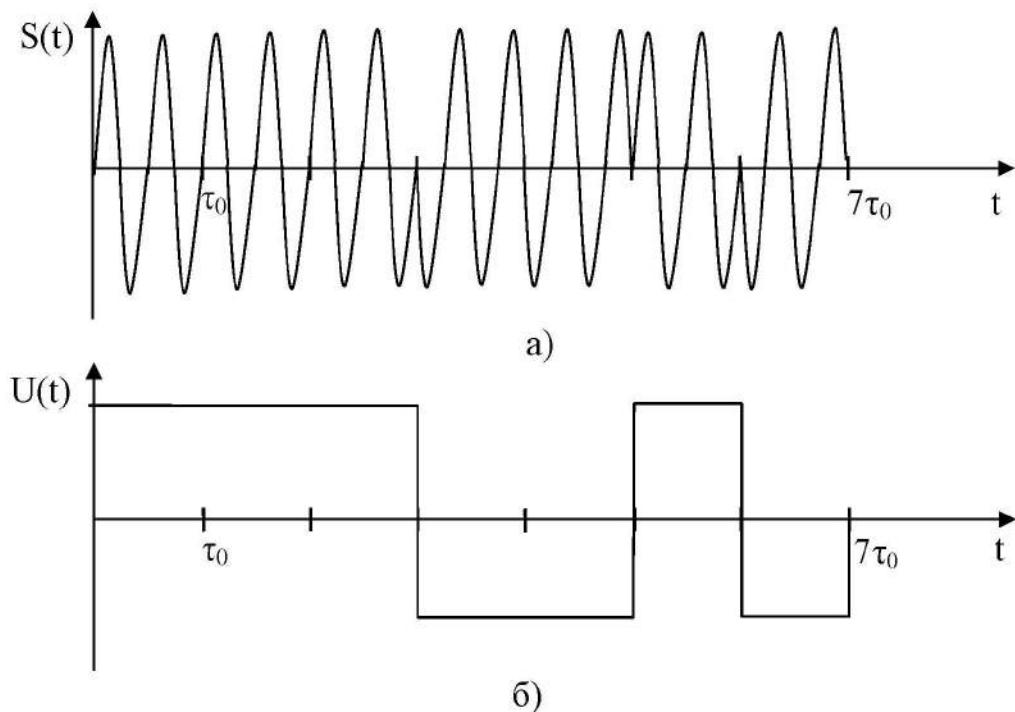


Рисунок 8 - ФМ сигнал, его комплексная огибающая

## 1.6 Спектр ФМ сигналов

Спектральные свойства ФМ сигналов определяются спектрами импульса  $u(t)$  и кодовой последовательности  $A$ . Спектр прямоугольного видеоимпульса  $S(\omega)$ :

$$S(\omega) = \tau_0 [\sin(\omega\tau_0/2)/(\omega\tau_0/2)] \exp(-i\omega\tau_0/2)$$

Спектр прямоугольного сигнала состоит из трех сомножителей. Первый - равный  $\tau_0$  есть площадь импульса  $1\tau_0$ . Второй множитель  $\sin(\omega\tau_0/2)/(\omega\tau_0/2)$  в виде функции отсчета  $\sin(x)/x$  характеризует распределение спектра по частоте. Третий множитель является следствием смещения центра импульса относительно начала координат на половину длительности импульса  $\tau_0/2$ .

Спектр ФМ сигнала  $G(\omega)$ , точнее спектр огибающей, с учетом теоремы о сдвиге, имеет следующий вид:

$$G(\omega) = S(\omega) \sum_{n=1}^N a_n \exp[-i(n-1)\omega\tau_0]$$

Сумма в правой части является спектром кодовой последовательности  $A$  и обозначается в дальнейшем  $H(\omega)$ . Итак,

$$u(t) \leftrightarrow S(\omega), A \leftrightarrow H(\omega), U(t) \leftrightarrow G(\omega),$$

причем

$$G(\omega) = S(\omega)H(\omega).$$

Представление спектра ФМ сигнала в виде произведения удобно тем, что можно сначала отдельно найти спектры  $S(\omega)$  и  $H(\omega)$ , а затем, перемножив их, получить спектр ФМ сигнала. Свойства спектра прямоугольного импульса хорошо известны: он имеет лепестковую структуру с нулями в точках  $\pi/\tau, 2\pi/\tau$  и т.д. Амплитудный спектр кодовой последовательности, в среднем, приближается к спектру белого шума и отличается значительными флюктуациями вокруг среднего, равного

$$\langle |H(\omega)| \rangle = \sqrt{N}$$

Для фазового спектра кодовой последовательности также характерна значительная изрезанность.

### 1.7 Автокорреляционная функция (АКФ)

АКФ ФМ сигналов имеет вид типичный для всех типов ШПС. Нормированная АКФ состоит из центрального (основного) типа с амплитудой 1, размещенного на интервале  $(-\tau, \tau)$  и боковых (фоновых) максимумов, распределенных на интервале  $(-T, \tau)$  и  $(\tau, T)$ .

Амплитуды боковых типов принимают различные значения, но у сигналов с “хорошей” корреляцией они малы, т.е. существенно меньше амплитуды центрального пика. Отношение амплитуды центрального пика (в данном случае 1) к максимальной амплитуде боковых максимумов называют коэффициентом подавления К. Для произвольных ШПС с базой В

$$K \approx 1/\sqrt{B}$$

Для ФМ ШПС  $K \approx 1/\sqrt{N}$ . Пример АКФ ШПС дан на рисунке 9. Величина К существенно зависит от вида кодовой последовательности А. При правильном выборе закона формирования А можно добиться максимального подавления, а в ряде случаев – равенства амплитуд всех боковых максимумов.

### 1.8 Сигналы Баркера

Кодовая последовательность сигнала Баркера состоит из символов  $\pm 1$  и характеризуется нормированной АКФ вида:

$$B(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{для } \tau = 0, \\ 0 & \text{для } \tau = 2l + 1, \\ \pm 1/N & \text{для } \tau = 2l, \end{cases} \quad (18)$$

где  $l = 0, 1, \dots, (N-1)/2$ .

Знак в последней строчке зависит от величины N. На рисунках 8-9 показаны ФМ сигнал, его комплексная огибающая и АКФ семизначного кода Баркера.

Из (18) следует, что одна из особенностей сигнала Баркера - равенство амплитуд всех  $(N-1)$  боковых максимумов АКФ, и все они имеют минимально возможный уровень, не превышающий  $1/N$ . В таблице 1 приведены известные кодовые последовательности Баркера и их уровни боковых типов АКФ. Кодовые последовательности, обладающие свойствами (18), для  $N > 13$  не найдены.

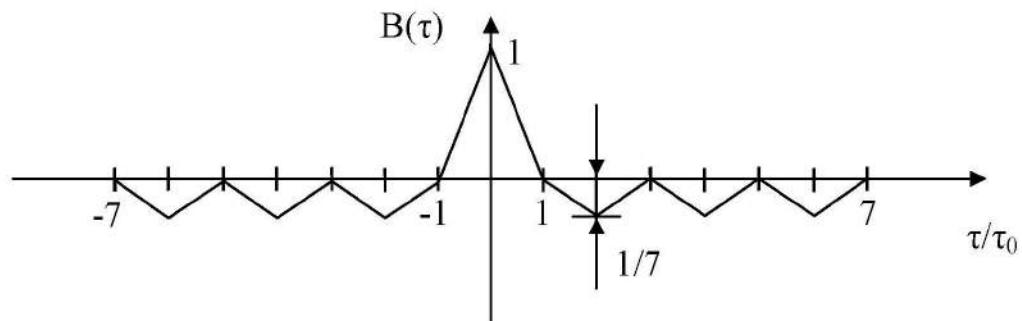


Рисунок 9 - АКФ семизначного кода Баркера

Таблица 1 Кодовые последовательности Баркера

Код	Кодовая последовательность	Уровень боковых лепестков
3	1 1 -1	-1/3
4	1 1 -1 1	1/4
5	1 1 1 -1 1	1/5
7	1 1 1 -1 -1 1 1 -1	-1/7
11	1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1	-1/11
13	1 1 1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1	1/13

## **Формирование и обработка сигналов Баркера**

Формирование сигналов Баркера может осуществляться несколькими способами, так же, как и произвольного ФМ сигнала. Поскольку сигналы Баркера были первыми ПШС, причем с наилучшими АКФ, рассмотрим кратко один из возможных способов формирования и обработки сигналов Баркера.

На рисунке 10 изображен генератор сигнала Баркера с  $N=7$ . Генератор синхроимпульсов (ГСИ) формирует узкие прямоугольные синхроимпульсы, период следования которых равен длительности сигнала Баркера  $T=7\tau_0$ , а  $\tau_0$  - длительность одиночного (единичного) прямоугольного импульса. Генератор синхроимпульсов запускает генератор одиночных импульсов (ГОИ), который в свою очередь формирует одиночные прямоугольные импульсы длительностью  $\tau_0$  и периодом  $T$ . Одиночные прямоугольные импульсы поступают на вход многоотводной линии задержки (МЛЗ), которая имеет  $N-1=6$  секций с отводами через интервалы времени, равные  $\tau_0$ . Число отводов, включая начало линии, равно 7. Так как кодовая последовательность Баркера с  $N = 7$  имеет вид 111-1 -11 -1, то импульсы с первого, второго, третьего и шестого отводов (счет ведется от начала линии) поступают на вход сумматора ( + ) непосредственно, а импульсы с четвертого, пятого и седьмого отводов поступают на вход сумматора через инверторы (ИН), которые превращают положительные одиночные импульсы в отрицательные, т. е. осуществляют изменение фазы на  $\pi$ . Поэтому инверторы называются также фазовращателями. На выходе сумматора имеет место видеосигнал Баркера (рисунок 8б), который затем поступает на один вход балансного модулятора (БМ), на другой вход которого подается радиочастотное колебание на несущей частоте, формируемое генератором несущей частоты (ГНЧ). Балансный модулятор осуществляет фазовую манипуляцию радиочастотного колебания ГНЧ в соответствии с кодовой последовательностью Баркера: видеоимпульсу с амплитудой 1 соответствует радиоимпульс с фазой 0, а видеоимпульсу с амплитудой -1 - радиоимпульс с фазой  $\pi$ . Таким образом, на

выходе балансного модулятора имеет место радиочастотный сигнал Баркера (рисунок 8а).

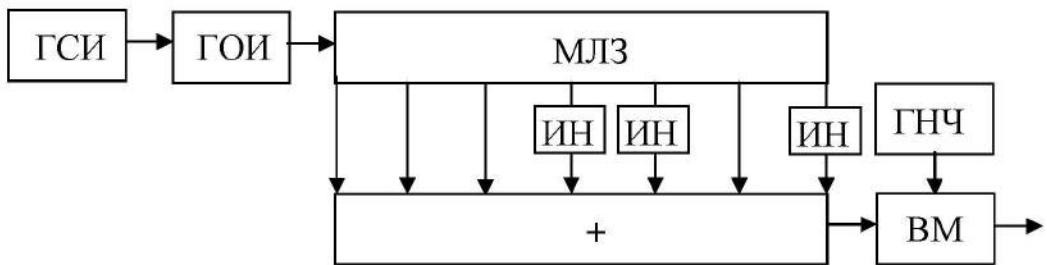


Рисунок 10 – Генератор сигнала Баркера с  $N = 7$

Оптимальная обработка сигналов Баркера так же, как и других ШПС, производится либо с помощью согласованных фильтров, либо с помощью корреляторов. Возможно несколько способов построения согласованных фильтров и корреляторов, отличающихся друг от друга в техническом выполнении, но обеспечивающих одно и то же максимальное отношение сигнал-помеха на выходе. На рисунке 11 приведена схема согласованного фильтра для сигнала Баркера с  $N = 7$ . С выхода усилителя промежуточной частоты приемника сигнал поступает на согласованный фильтр одиночного импульса (СФОИ), который производит оптимальную обработку (фильтрацию) одиночного прямоугольного радиоимпульса с центральной частотой, равной промежуточной частоте приемника. На выходе СФОИ радиоимпульс имеет треугольную огибающую. Треугольные радиоимпульсы с длительностью по основанию  $2 \tau_0$  поступают на МЛЗ, которая имеет 6 секций и 7 отводов (включая начало линии). Отводы следуют через  $\tau_0$ . Так как импульсная характеристика согласованного фильтра совпадает с зеркально отраженным сигналом, то кодовую импульсную характеристику фильтра для сигнала Баркера с  $N=7$  следует устанавливать в соответствии с последовательностью -11-1-1111. Поэтому радиоимпульсы со второго, пятого, шестого и седьмого отводов МЛЗ поступают в сумматор (+) непосредственно, а радиоимпульсы с первого, третьего и четвертого отводов —

через инверторы (ИН), которые меняют фазу на  $\pi$ . На выходе сумматора имеет место АКФ сигнала Баркера, огибающая которой приведена на рисунке 9.

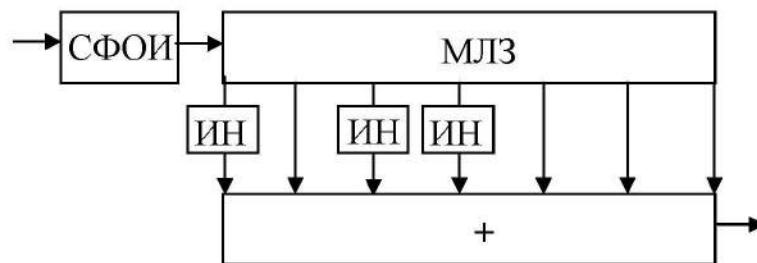


Рисунок 11 – Согласованный фильтр сигнала Баркера с  $N = 7$

### 1.9 М – последовательности

Среди фазоманипулированных сигналов особое значение занимают сигналы, кодовые последовательности которых являются последовательностями максимальной длины или  $M$ -последовательностями.

$M$ -последовательности принадлежат к разряду двоичных линейных рекуррентных последовательностей и представляют собой набор  $N$  периодически повторяющихся двоичных символов. Причем каждый текущий символ  $d_j$  образуется в результате сложения по модулю 2 некоторого числа  $m$  предыдущих символов, одни из которых умножаются на 1, а другие – на 0.

Для  $j$ -го символа имеем:

$$d_j = \sum_{i=1}^m a_i d_{j-i} = a_1 d_{j-1} \oplus \dots \oplus a_m d_{j-m} \quad (4)$$

Где  $a_1 \dots a_m$  – числа 0 или 1.

Технически генератор  $M$ -последовательности строится в виде регистра (последовательно включенных триггеров) с отводами, с цепью обратной связи и с сумматором по модулю 2. Пример такого генератора приведен на рисунке 12. Умножение на  $a_1 \dots a_m$  в (4) означает просто наличие или отсутствие отвода, т.е. связи соответствующего триггера (разряда регистра) с сумматором. В т-

разрядном регистре максимальный период равен:  $N^m - 1$ . Величина  $m$  называется памятью последовательности. Если отводы выбраны произвольно, то не всегда на выходе генератора будет наблюдаться последовательность максимальной длины. Правило выбора отводов, позволяющее получить последовательность с периодом  $N^m-1$ , предполагает найти неприводимые примитивные полиномы степени  $m$  с коэффициентами, равными 0 и 1. Не равные нулю коэффициенты в полиномах определяют номера отводов в регистре.

Так, при  $m=6$  существует 3 примитивных многочлена:

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{ccccccccc}
 & a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\
 p_1(x) = x^6 + x + 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 p_2(x) = x^6 + x^5 + x^2 + x + 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 p_3(x) = x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1
 \end{array}
 \end{array}$$

На рисунке 12 реализован первый вариант.

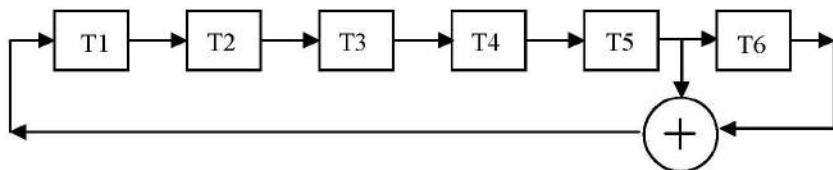


Рисунок 12 - Генератор М-последовательности с периодом  $N = 2^6 - 1 = 63$

**Особенности автокорреляционной функции М-последовательности**  
Наибольший интерес представляет нормированная автокорреляционная функция (АКФ). Различают два случая получения такой функции: в периодическом (ПАКФ) и апериодическом режимах. Периодическая АКФ имеет основной, равный единице, пик и ряд боковых выбросов, амплитуды которых  $1/N$ . С ростом  $N$  ПАКФ приближается к идеальной, когда боковые пики становятся по сравнению с основным пренебрежимо малы.

Боковые пики АКФ в апериодическом режиме существенно больше боковых пиков ПАКФ. Среднеквадратичное значение боковых пиков (вычисленное через дисперсию) равно

$$\sigma^{1/2} \approx 0,4/\sqrt{N}$$

### 1.10 Усеченные М-последовательности

Разбивая М-последовательность (полный период  $N$ ) на сегменты длительности  $N_c$ , можно получить большое число ШПС, рассматривая каждый из сегментов как самостоятельный сигнал. Если сегменты не перекрываются, то их число равно  $n = N/(N_c-1)$ . Таким образом, можно получить большое число псевдослучайных последовательностей. Автокорреляционные свойства таких последовательностей значительно хуже, чем у М-последовательности той же длительности и зависят от  $N_c$ . Установленно, что у 90% сегментов  $u_b \leq 3 / \sqrt{N_c}$ , а у 50% -  $2 / \sqrt{N_c}$ .

## **5. Литература**

1. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации. Под ред. В.Б. Пестрякова. – М., “Сов. радио”, 1973, -424с.
2. Ю.С. Лёзин. Введение в теорию радиотехнических систем. – М.: Радио и связь, 1985, -384с.
3. Л.Е. Варакин. Системы связи с шумоподобными сигналами. - М.: Радио и связь, 1985, -384с.